Andrés Merino • Agosto 2025

Ejercicios tomados del libro Matemáticas discretas con aplicaciones, de Susanna Epp.

EJERCICIO 1. Seis personas asisten al teatro juntas y se sientan en una fila con exactamente seis asientos.

I. ¿De cuántas maneras se pueden sentar juntas en la fila?

II. Supongamos que uno de los seis es una doctora que debe sentarse en el pasillo, en caso de que sea buscada. ¿De cuántas maneras pueden las personas sentarse juntas en la fila con la doctora en un asiento de pasillo?

III. Suponga que las seis personas constan de tres parejas y que cada pareja quiere sentarse junto con su esposo a la izquierda. ¿De cuántas maneras pueden los seis sentarse juntos en la fila?

Solución.

I. Cada persona es distinta, por lo que debemos calcular el número de permutaciones de 6 elementos:
$$6! = 720.$$
Así, existen 720 maneras diferentes de sentarse.

II. En una fila de seis asientos, los asientos de pasillo son el primero y el último. La doctora puede ocupar cualquiera de esos dos lugares, y las 5 personas restantes se ordenan en los 5 asientos restantes:
$$2 \cdot 5! = 2 \cdot 120 = 240.$$
Existen 240 maneras posibles.

III. Cada pareja se considera como un *bloque*, ya que deben sentarse juntos y con el esposo a la izquierda. El orden dentro de cada bloque está fijo, así que únicamente debemos ordenar los tres bloques:
$$3! = 6.$$
Existen 6 maneras de sentarse bajo esta condición.

□

EJERCICIO 2. ¿Cuántas cadenas de bits consisten de uno a cuatro dígitos? Se considera que las cadenas de distintas longitudes son distintas; por ejemplo, 10 y 0010 se consideran diferentes.

Solución.

Una **cadena de bits** es una secuencia de símbolos formados únicamente por 0 y 1. Para este ejercicio, se piden todas las cadenas de longitud 1, 2, 3 y 4.

- Para longitud 1: Cada posición puede ser 0 o 1, por lo tanto:

$$2^1 = 2 \text{ cadenas.}$$

- Para longitud 2: Cada posición tiene 2 posibilidades, entonces:

$$2^2 = 4 \text{ cadenas.}$$

- Para longitud 3:

$$2^3 = 8 \text{ cadenas.}$$

- Para longitud 4:

$$2^4 = 16 \text{ cadenas.}$$

El número total de cadenas es la suma:

$$2 + 4 + 8 + 16 = 30.$$

Existen 30 cadenas de bits de uno a cuatro dígitos. □

EJERCICIO 3. Un interesante uso de la regla de inclusión/exclusión es comprobar la consistencia de los números de una encuesta. Por ejemplo, supongamos que un encuestador de opinión pública indica que de una muestra nacional de 1 200 adultos, 675 está casados, 682 tienen de 20 a 30 años de edad, 684 son mujeres, 195 están casadas y tienen de 20 a 30 años de edad, 467 son mujeres casadas, 318 son mujeres de 20 a 30 años de edad y 165 son mujeres casadas de 20 a 30 años de edad. ¿Son las cifras del encuestador consistentes?

Solución. Del enunciado, obtenemos que: $|C| = 675$ (casados), $|A| = 682$ (edad 20–30), $|M| = 684$ (mujeres), $|C \cap A| = 195$, $|M \cap C| = 467$, $|M \cap A| = 318$, y $|M \cap C \cap A| = 165$.

Aplicamos inclusión–exclusión para la unión de tres conjuntos:

$$|C \cup A \cup M| = |C| + |A| + |M| - \big(|C \cap A| + |C \cap M| + |A \cap M|\big) + |C \cap A \cap M|.$$

Sustituyendo:

$$|C \cup A \cup M| = (675 + 682 + 684) - (195 + 467 + 318) + 165 = 2041 - 980 + 165 = 1226.$$

Pero el tamaño del universo es 1200, y siempre se cumple $|C \cup A \cup M| \leqslant 1200$. Como $1226 > 1200$, hay contradicción. Las cifras *no* son consistentes. □

EJERCICIO 4. ¿Cuántas cartas tiene que elegir de una baraja estándar de 52 cartas para asegurarse de que al menos una carta sea roja? (Utiliza el *principio del palomar*).

Solución. En una baraja estándar de 52 cartas, la mitad son rojas y la otra mitad son negras:

$$26 \text{ rojas}, \quad 26 \text{ negras}.$$

Aplicamos el **principio del palomar**: si distribuimos N objetos en k cajas y $N > k$, entonces alguna caja contiene al menos dos objetos.

En este caso, consideramos dos «cajas»:

- Caja 1: cartas negras (26 elementos).
- Caja 2: cartas rojas (26 elementos).

Si elegimos únicamente 26 cartas, es posible que todas sean negras, y entonces no tendríamos ninguna carta roja. Al elegir una carta más (es decir, 27 cartas), forzosamente alguna debe ser roja, pues solo hay 26 negras en total.

Así, se deben elegir al menos 27 cartas para garantizar que una sea roja. □

EJERCICIO 5. En Ecuador, las placas de los vehículos particulares consisten de tres letras y cuatro dígitos. La primera letra corresponde a una de las 24 provincias del país, la segunda letra puede ser cualquiera salvo A, U, Z, E, X, M (que son exclusivas de vehículos no particulares), mientras que la tercera pueden ser cualquiera de las 26 del alfabeto. Los cuatro dígitos pueden ser cualquiera de 0 a 9. ¿Cuántas placas distintas pueden formarse?

Solución.

- Primera letra (provincia): 24 posibilidades.
- Segunda letra: 20 posibilidades.
- Tercera letra: 26 posibilidades.
- Cuatro dígitos: $10^4 = 10000$ posibilidades.

Número total de placas:

$$24 \times 20 \times 26 \times 10000 = 124800000$$

Existen 124800000 posibles placas de vehículos particulares en Ecuador con ese formato. □